Lösungen PW 30 J

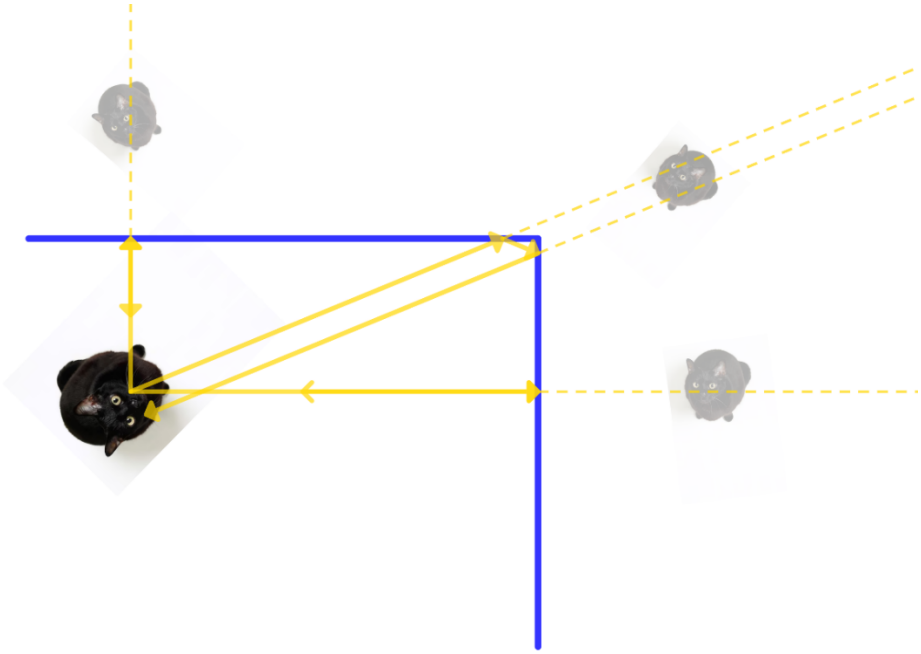
Aufgabe PW30 J1 – Viele Katzen

Die Katze Arlett sieht im ersten Fall bis zu 3 Spiegelbilder von sich selbst. Die beiden äußeren Bilder sind „normal“ spiegelverkehrt. Das mittlere Bild erscheint dabei nicht spiegelverkehrt.

Die äußeren beiden Bilder entstehen durch eine einfache Reflexion des Lichts, was von Arlett ausgeht und dann wieder zurück in ihre Augen läuft.

Das mittlere Bild entsteht durch die zweifache Reflexion des Lichtes an dem Winkelspiegel. Da ihr Kopf bzw. ihr Körper eine gewisse Ausdehnung besitzt und sie auch (hoffentlich) über zwei Augen verfügt, kann Sie durch diese zweimalige Reflexion ein weiteres Bild von sich sehen. Für sie erscheint das mittlere Bild als Spiegelung eines der äußeren Spiegelbilder. Durch die zweifache Reflexion ist das Bild wieder „richtig“ herum.

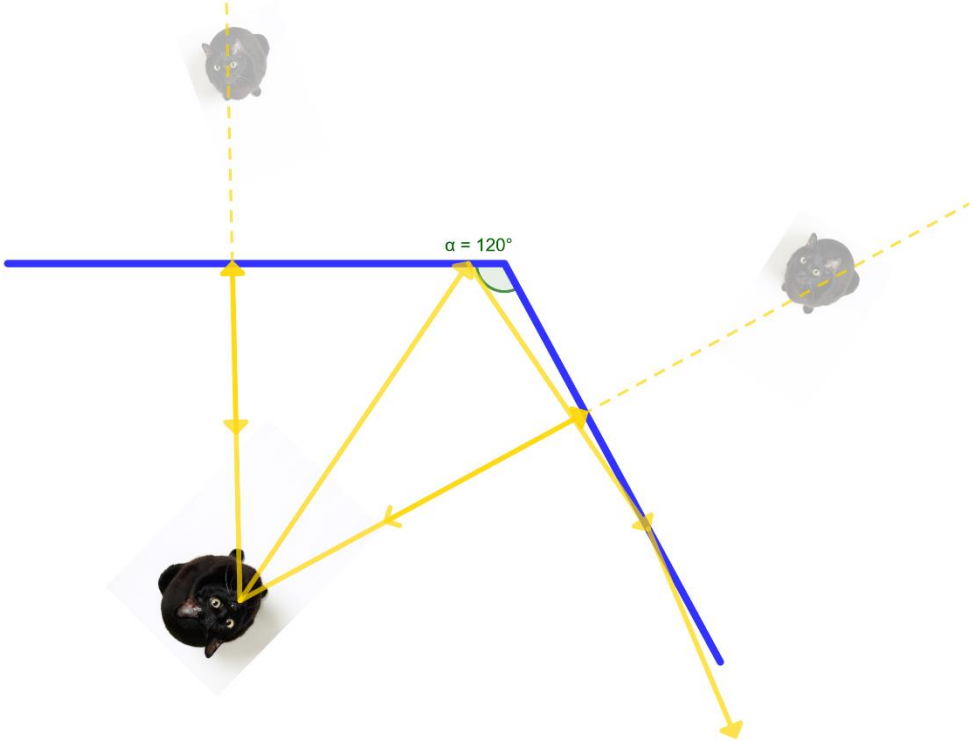
Um dies in einer Konstruktion nachzuvollziehen, muss Licht von Arlett ausgehend auf den Spiegel fallen und dann wieder zu ihr, also zu ihren Augen, reflektiert werden. Das Licht des mittleren Bildes muss wieder in eines der Augen von Arlett fallen, also sehr nah an der Kante zwischen den beiden Spiegeln auftreffen. Ansonsten liefe es an ihr vorbei.



Je kleiner der Winkel zwischen den Spiegeln wird, umso mehr Bilder wird Arlett von sich selbst sehen können. Umgekehrt sieht sie bei einem größeren Winkel weniger Spiegelbilder. Im Minimum kann sie nur noch ein Bild von sich sehen, wenn beide Spiegel in einem Winkel von 180° zueinanderstehen. Dann hat Willy einen planen Spiegel hergestellt, an dem genau ein Spiegelbild erzeugt wird. Die Anzahl der Bilder ergibt sich nach der folgenden Regel mit abschneiden: $N_{Bilder} = \frac{360°}{\alpha} - 1$

Für 120° bedeutet dies also, dass sie zwei Bilder von sich sehen können wird.

In der Konstruktion kann man wieder zwei Spiegelbilder erzeugen, die durch das Licht entstehen, was von Arlett aus senkrecht auf die einzelnen Spiegelflächen trifft. Es ist jedoch nicht mehr möglich einen Strahl zweimal so zu reflektieren, dass er in Richtung der Katze zurückläuft. Somit kann kein drittes Bild entstehen.



Um möglichst viele Bilder von sich selbst zu sehen, sollte der Winkel zwischen den Spiegeln also möglichst klein sein.

Für zwei gegenüberliegende, parallele Spiegel (was einem Winkel von 0° entspräche), würden unendlich viele Bilder von Arlett entstehen.

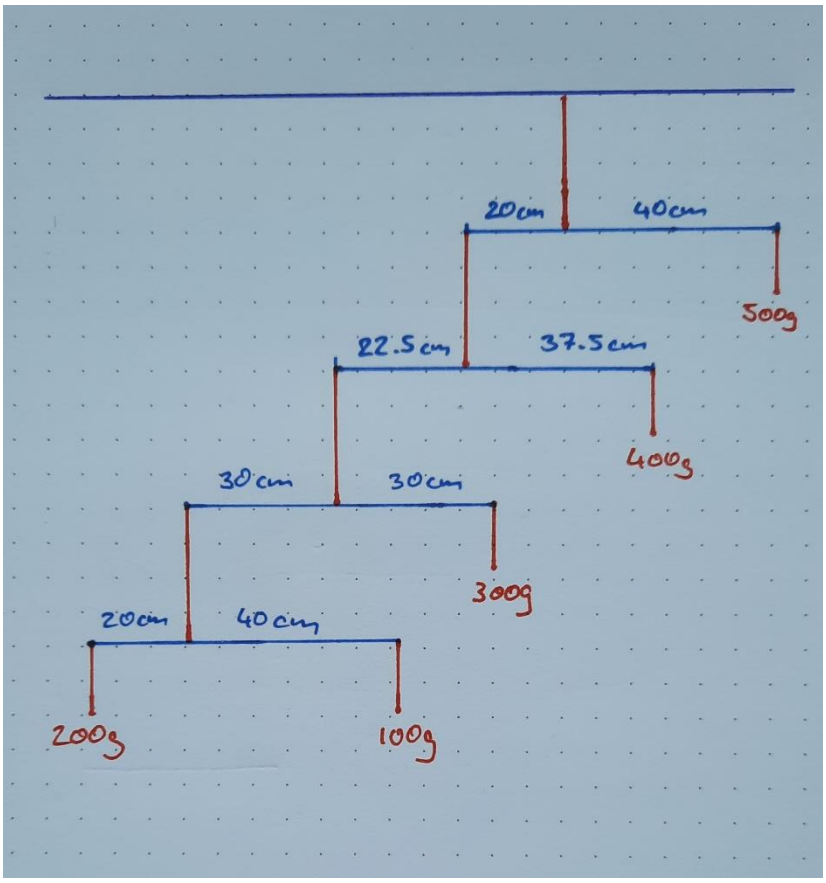
Aufgabe PW30 J2 – Fünf Messingstücke

Am besten beginnst du bei deinen Überlegungen unten am Mobile:

- An den Enden des untersten Stabs wird je ein Massestück gehängt. Da sie gleich schwer sind, muss man den untersten Stab in der Mitte (also bei 30 cm) aufhängen, um ihn waagerecht zu halten, und am Faden hängen nun 600 g.
- Der zweite Stab muss die 600 g an einem Ende und 300 g am anderen Ende tragen. Um ihn waagerecht zu halten, muss man ihn im Verhältnis 1:2 teilen, den nächsten Faden also 20 cm von dem Ende anbringen, an dem der untere Stab hängt. Am Faden hängen nun 900 g.
- Am dritten Stab hängt an einem Ende der Faden, der 900 g trägt, und am anderen Ende das Massestück mit 300 g. Um ihn waagerecht zu halten, muss man ihn im Verhältnis 1:3 teilen, den nächsten Faden also 15 cm von dem Ende anbringen, an dem der untere Stab hängt. Am Faden hängen nun 1200 g.
- Am vierten Stab hängt an einem Ende der Faden, der 1200 g trägt, und am anderen Ende das Massestück mit 300 g. Um ihn waagerecht zu halten, muss man ihn im Verhältnis 1:4 teilen, den nächsten Faden also 12 cm von dem Ende anbringen, an dem der untere Stab hängt.
  Am Faden hängen nun 1500 g.

Wenn der oberste Faden wie beschrieben angebracht ist, kann er so an der Decke befestigt werden, und alle Stäbe werden waagerecht sein.

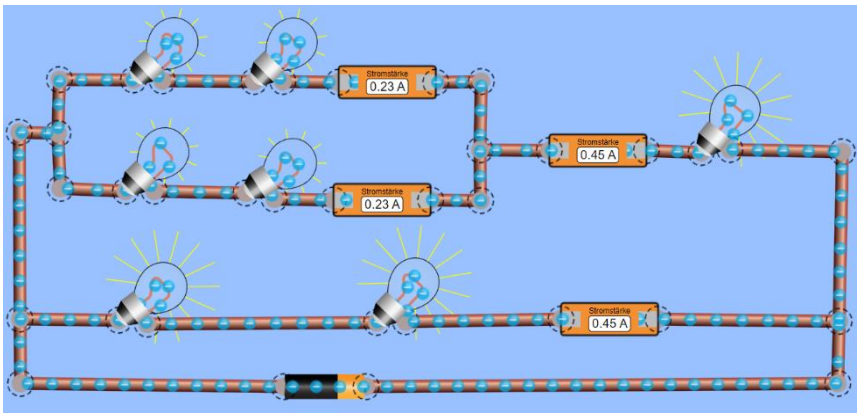
Insgesamt gibt es viele verschiedene Lösungen. Eine ist in der Zeichnung dargestellt:



Aufgabe PW30 J3 – Sieben Lämpchen

Praktisch (Versuchsaufbau) sieht Paula drei verschiedene Helligkeiten: die Lampen der Vierergruppe leuchten schwach, die Lampe direkt daran am hellsten; mittelhell die parallel dazu geschaltete Zweiergruppe von Lampen in Serie.

Eine theoretische Lösung oder eine Simulation lässt nur zwei verschiedene Helligkeiten erkennen, weil dabei die Glühlampe als „lineares Bauelement“ angenommen wird zur erleichterten Berechnung (Widerstand als konstante Größe behandelt). Beispielsweise in PhET.com von der kanadischen Universität Toronto, Segment ***Stromkreise***

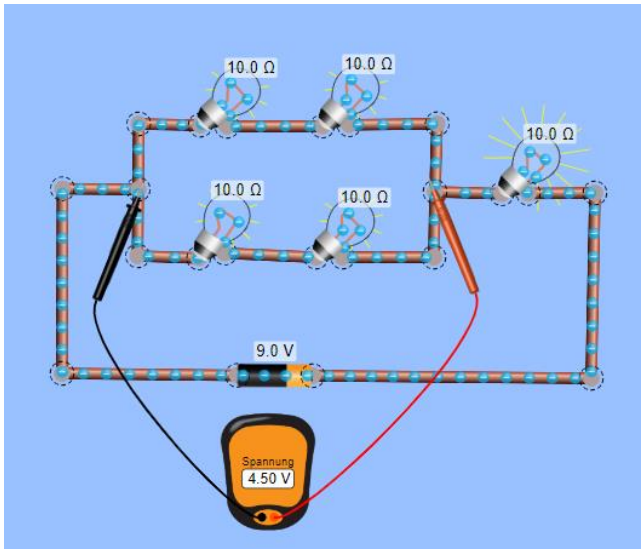


Es sind die Lampen der Vierergruppe weniger hell als die übrigen drei, die gleich hell leuchten. Verwendet man Stromstärkeanzeiger, kann das Ergebnis dieser Modellierung objektiv dargestellt werden.

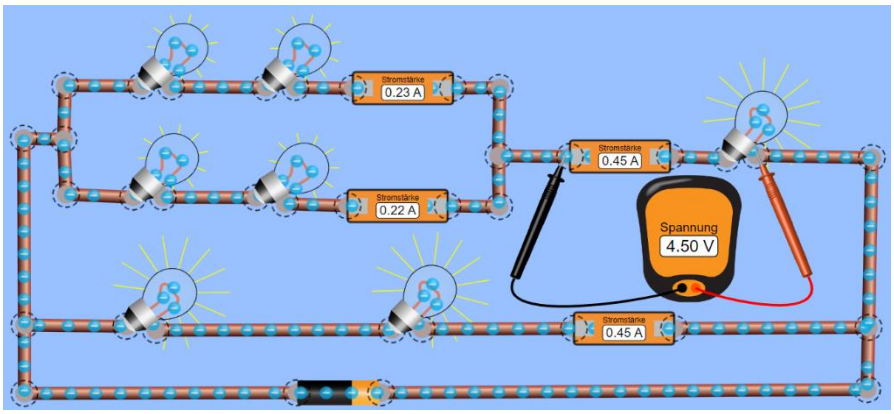
Ursache der verschiedenen Helligkeiten liegt einerseits in der Spannungsteilung an Lampen, die in Reihenschaltung verbunden sind, andererseits ist auch die Stromteilung der parallel geschalteten Zweige in der Vierergruppe von Einfluss.

Reihenschaltung von zwei Lampen bewirkt Spannungsteilung, hier die Halbierung für jede der Lampen.

Parallelschaltung zweier solcher Zweige bewirkt Stromteilung am Knotenpunkt, es fließt in jedem Zweig genau die Hälfte des Gesamtstroms (hier wegen Rundung der Anzeigewerte nicht exakt 1/2 I_{ges}).



Dadurch ist die Leistung $P = U \cdot I$ theoretisch für jede Lampe der Vierergruppe genau 1/4 so groß wie die Leistung an den anderen Lampen.



Wenn Paula die Lampen der Vierergruppe gegen solche mit mehr Leistung austauschte, würde sie staunen: statt hellere bekäme sie dunklere oder gar nicht leuchtende Lampen. (Bem.: eine Glühlampe kann dunkel bleiben, obwohl Strom durchfließt, die Glühwedel aber nicht auf die erforderliche Glühtemperatur kommt.)

Die Spannungsteilung lässt der 4-er-Gruppe infolge der Reihenschaltung mit der Einzellampe umso weniger Spannung übrig, je kleiner der Lampenwiderstand ist. Eine höhere Lampenleistung wird (bei gleicher Nennspannung) mit dickerem Wolframdraht realisiert; das geht einher mit geringerem Widerstand - deshalb kleinere Teilspannung als an der Einzellampe.

Eine Schaltung, bei der 7 Lampen gleich hell leuchten erhält man, wenn man paarweise in Reihe geschaltete Lampen zueinander parallel schaltet. Es wird ein Widerstand in Reihe mit der 7. Lampe geschaltet, der genauso großen Widerstand haben muss wie eine der Lampe. Hier in die Aufgabenstellung wären das also 60 Ohm.

Eine Parallelschaltung aller 7 Lampen benötigt in jedem Fall einen Vorwiderstand R_V, um ein „Durchbrennen“ der Lampen zu verhindern:

$$R_V = \frac{(9-6)V}{0{,}7\ A} = 4{,}29\ \Omega \qquad P_V = I^2 * R_V = 0{,}49 * 4{,}29\ W = 2{,}1\ W$$

$$Parallelschaltung\ \ R_{ges} = 8{,}57\ \Omega$$

Eine Reihenschaltung aller 7 Lampen würde alle zwar gleich hell leuchten lassen, aber nur schwach. (Bem.: die Drähte würden nur rot glimmen, nicht hell leuchten)

Würde Paul die Lampen 6 V / 0,6 W durch gelbe LEDs ersetzen, so wäre für den Betrieb an der 9-Volt-Batterie mindestens ein Vorwiderstand für diese Gesamtschaltung nötig - ansonsten würden die LEDs thermisch zerstört werden durch lawinenartig anwachsende Ströme. Allerdings würden mit einem gemeinsamen Vorwiderstand nicht alle LEDs leuchten – nur die Zweiergruppe. (Bem.: das liegt daran, dass dieser Zweig schon bei ca. 4 Volt stromführend wird, die Reihenschaltung mit der Vierergruppe erst bei ca. 6 Volt)